

F-8022

Sub. Code

7BMA2C1

B.Sc. DEGREE EXAMINATION, NOVEMBER 2022

Second Semester

Mathematics

**ANALYTICAL GEOMETRY OF 3D AND VECTOR
CALCULUS**

(CBCS – 2017 onwards)

Time : 3 Hours

Maximum : 75 Marks

Part A

(10 × 2 = 20)

Answer **all** questions.

1. Define symmetric form of the straight line.

நேர்கோட்டின் சமச்சீர் வடிவம் – வரையறு.

2. Define normal form for the plane.

தளத்தின் இயல் வடிவம் – வரையறு.

3. Define shortest distance between the lines.

இரு கோடுகளுக்கிடையிலான குறைந்த தூரம் – வரையறு.

4. Find the centre and radius.

$$2x^2 + 3y^2 + 2z^2 - 2x + 2y - 4z - 5 = 0 .$$

ஆரம் மற்றும் மையம் காண்க.

$$2x^2 + 3y^2 + 2z^2 - 2x + 2y - 4z - 5 = 0$$

5. Define cylinder.

உருளை – வரையறு.

6. What do you mean by a Generator?

உருவாக்கி என்றால் என்ன?

7. Define Divergence and Curl.

பாய்வு மற்றும் சுழல் வரையறு.

8. Show that $\nabla(a \cdot r) = a$ for any constant vector a .

a என்பது மாறிலி வெக்டர் எனில் $\nabla(a \cdot r) = a$ என காட்டுக.

9. Define surface integral.

பரப்பு தொகை வரையறு.

10. State Green's theorem.

கிரீனின் தேற்றம் – கூறுக.

Part B

(5 × 5 = 25)

Answer all questions.

11. (a) Find the directional cosines of the lines AB and CD where $A(1, 2, -4)$, $B(2, 1, -3)$, $C(4, 6, -1)$ and $D(5, 7, 0)$. Find the acute angle between them.

கோடுகள் AB மற்றும் CD க்களுக்கு திசைக்கோசைன்கள் காண்க. மற்றும் அவற்றிற்கு இடையிலான கோணம் காண்க. இதில் $A(1, 2, -4)$, $B(2, 1, -3)$, $C(4, 6, -1)$ மற்றும் $D(5, 7, 0)$.

Or

2

F-8022

(b) Find the angle between the lines

$$x - 2y + z = 0 = x + y - z - 3 \text{ and}$$

$$x + 2y + z - 5 = 0 = 8x + 12y + 5z .$$

$$x - 2y + z = 0 = x + y - z - 3 \text{ மற்றும்}$$

$$x + 2y + z - 5 = 0 = 8x + 12y + 5z \text{ எனும்}$$

கோடுகளுக்கிடையிலான கோணம் காண்க.

12. (a) Prove that the lines $\frac{x}{l} = \frac{y}{m} = \frac{z}{n}$; $\frac{x}{l_1} = \frac{y}{m_1} = \frac{z}{n_1}$ and

$$\frac{x}{l_2} = \frac{y}{m_2} = \frac{z}{n_2} \text{ are co-planar if } \begin{vmatrix} l & m & n \\ l_1 & m_1 & n_1 \\ l_2 & m_2 & n_2 \end{vmatrix} = 0 .$$

$$\begin{vmatrix} l & m & n \\ l_1 & m_1 & n_1 \\ l_2 & m_2 & n_2 \end{vmatrix} = 0 \text{ எனில் } \frac{x}{l} = \frac{y}{m} = \frac{z}{n}; \frac{x}{l_1} = \frac{y}{m_1} = \frac{z}{n_1}$$

$$\text{மற்றும் } \frac{x}{l_2} = \frac{y}{m_2} = \frac{z}{n_2} \text{ எனும் கோடுகள் ஒரு}$$

தளத்திலமைந்தவை என நிறுவுக.

Or

(b) Obtain the equation of the sphere having the circle

$$S = x^2 + y^2 + z^2 - 3x + 4y - 2z - 5 = 0 \text{ and}$$

$$\pi = 5x - 2y + 4z + 7 = 0 \text{ as a great circle.}$$

$$S = x^2 + y^2 + z^2 - 3x + 4y - 2z - 5 = 0 \text{ வட்டமாகவும்}$$

$$\pi = 5x - 2y + 4z + 7 = 0 \text{ பெரிய வட்டமாக அமையும்}$$

கோளத்தின் சமன்பாடு காண்க.

13. (a) Find the equation of the cone whose vertex is (1, 2, 3) and the guiding curve is the circle $x^2 + y^2 + z^2 = 4$; $x + y + z = 1$.

வழிகாட்டும் வளைவு $x^2 + y^2 + z^2 = 4$; $x + y + z = 1$ எனும் வட்டமும் (1, 2, 3) ஐ முனையாகவும் கொண்ட கூம்பின் சமன்பாடு காண்க.

Or

- (b) Find the equation of the right cylinder of radius 2 whose axis is the line $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-3}{2}$.

அச்ச $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-3}{2}$ நேர்கோடு ஆகவும் ஆரம் 2 ஆகவும் அமையும் நேர் வட்ட கூம்பின் சமன்பாடு காண்க.

14. (a) Find the directional derivative of $\phi = xy + yz + zx$ at (1, 2, 3) in the direction $3\vec{i} + 4\vec{j} + 5\vec{k}$.

$3\vec{i} + 4\vec{j} + 5\vec{k}$ திசையில் (1, 2, 3)ல் $\phi = xy + yz + zx$ -ன் திசை வகைகெழு காண்க.

Or

- (b) Prove $\nabla(\nabla \times f) = 0$.

நிறுவுக $\nabla(\nabla \times f) = 0$.

15. (a) Show that $\iint_S fn ds = \iiint_V a^2 dV$ where $f = \phi \cdot a$ and

$$a = \nabla \phi, \nabla^2 \phi = 0.$$

$f = \phi \cdot a$ மற்றும் $a = \nabla \phi, \nabla^2 \phi = 0$ எனில் $\iint_S fn ds = \iiint_V a^2 dV$ என காட்டுக.

Or

- (b) Using Stoke's theorem evaluate $\int_C (e^x dx + 2y dy - dz)$ where C is the curve $x^2 + y^2 = 4; z = 2$.

C என்பது $x^2 + y^2 = 4; z = 2$ எனும் வளைவு எனில் ஸ்டோக்கின் தேற்றம் கொண்டு $\int_C (e^x dx + 2y dy - dz)$ மதிப்பு காண்க.

Part C (3 × 10 = 30)

Answer any **three** questions.

16. Prove that $\sin^2 \alpha + \sin^2 \beta + \sin^2 \gamma + \sin^2 \delta = \frac{8}{3}$ if a line makes angles $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ with the four diagonals of a cube.

நேர்கோடு ஒரு கண சதுரத்தின் மூலைவிட்டங்களுடன் $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ கோணங்கள் கொண்டிருந்தால்

$\sin^2 \alpha + \sin^2 \beta + \sin^2 \gamma + \sin^2 \delta = \frac{8}{3}$ என நிறுவுக.

17. Find the centre and radius of the circle determined by the sphere $x^2 + y^2 + z^2 + 10y - 4z - 8 = 0$ and the plane $x + y + z - 3 = 0$.

கோளம் $x^2 + y^2 + z^2 + 10y - 4z - 8 = 0$ மற்றும் தளம் $x + y + z - 3 = 0$ உருவாக்கும் வட்டத்தின் மையம் மற்றும் ஆரம் காண்க.

18. Prove that the plane $ax + by + cz = 0$ cuts the cone $xy + yz + zx = 0$ in perpendicular lines if $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 0$.

$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 0$ எனில் தளம் $ax + by + cz = 0$ ஆனது கூம்பு $xy + yz + zx = 0$ -வை நேர்கோட்டில் வெட்டும் என நிறுவுக.

19. Prove :

(a) $\nabla \times (\nabla \times f) = \nabla(\nabla f) - \nabla^2 f$

(b) $\nabla \times (\nabla f) = 0$

நிறுவுக :

(அ) $\nabla \times (\nabla \times f) = \nabla(\nabla f) - \nabla^2 f$

(ஆ) $\nabla \times (\nabla f) = 0$

20. Verify Gauss divergence theorem for $f = (y)\vec{i} + (x)\vec{j} + (z^2)\vec{k}$ for the cylindrical region S given by $x^2 + y^2 = a^2$; $z = 0$ and $z = h$.

S எனும் உருளை பகுதி $x^2 + y^2 = a^2$; $z = 0$ மற்றும் $z = h$ -க்கு $f = (y)\vec{i} + (x)\vec{j} + (z^2)\vec{k}$ எனில் காஸின் பாய்வு தேற்றத்தை சரிபார்.

F-8023

Sub. Code

7BMA2C2

B.Sc. DEGREE EXAMINATION, NOVEMBER 2022.

Second Semester

Mathematics

SEQUENCES AND SERIES

(CBCS – 2017 onwards)

Time : 3 Hours

Maximum : 75 Marks

Part A

(10 × 2 = 20)

Answer **all** questions.

1. Define Oscillating Sequence, Give an example.
அலைவு தொடரை வரையறு. எடுத்துக்காட்டு ஒன்று தருக.
2. Prove that convergent sequences are Cauchy sequences.
எந்த ஒரு ஒருங்கும் தொடரும் காஷி தொடர் என நிறுவுக.
3. State Cauchy's first limit theorem.
காஷியின் முதல் எல்லை தேற்றத்தை கூறு.
4. Define upper limit.
மேல் எல்லையை வரையறு.
5. State Root test.
மூல சோதனையை கூறு.
6. Define harmonic series.
இசை வரிசையை வரையறு.
7. Define conditionally convergent series.
நிபந்தனையுடன் ஒருங்கும் வரிசையை வரையறு.

8. State Dirichlet's test.

டிரிச்லட் சோதனையை கூறு.

9. Define radius of convergence and interval of convergence.

ஒருங்குதலின் ஆரம் மற்றும் ஒருங்குதலின் இடைவெளியை வரையறு.

10. Write the statement of Riemann's theorem.

ரீமானின் தேற்றத்தை கூறு.

Part B

(5 × 5 = 25)

Answer **all** questions, choosing either (a) or (b).

11. (a) If $\{a_n\}$ converges to a and $\{b_n\}$ converges to b, prove that $\{a_n - b_n\}$ converges to a-b.

$\{a_n\}$ ஆனது a க்கு ஒருங்கும், மற்றும் $\{b_n\}$ ஆனது b க்கு ஒருங்கும் எனில் $\{a_n - b_n\}$ ஆனது a-b க்கு ஒருங்கும் என காட்டுக.

Or

(b) Prove that Cauchy sequences are convergent.

காஷி தொடர்கள் ஒருங்கும் என நிறுவுக.

12. (a) Prove that the sequence: $\left\{ \frac{n}{\sqrt{n^2 + 1}} \right\}_{n=1}^{\infty}$ converges to 1

$\left\{ \frac{n}{\sqrt{n^2 + 1}} \right\}_{n=1}^{\infty}$ எனும் வரிசை ஆனது 1 க்கு ஒருங்கும் என நிறுவுக.

Or

(b) Show that a monotonic increasing sequence which is bounded above converges to its l, u, b

ஒரியல்பு ஏறும் தொடருக்கு மேல் வரம்பு உண்டு எனில் அதன் மீச்சிறு மேல்வரம்புக்கு ஒருங்கும் என காட்டுக.

13. (a) Discuss the convergence : $\sum \frac{1}{\sqrt{(n^2+1)}}$

ஒருங்குதல் $\sum \frac{1}{\sqrt{(n^2+1)}}$ விவாதி.

Or

(b) Prove : $\sum \frac{1}{4n^2-1} = \frac{1}{2}$

$\sum \frac{1}{4n^2-1} = \frac{1}{2}$ நிறுவுக.

14. (a) Show that any absolute convergent series is convergent.

எந்த ஒரு தன் ஒருங்கும் வரிசை ஆனது ஒருங்கும் என காட்டுக.

Or

(b) Prove Dirichlet's test.

டிரிச்லட் சோதனையை நிறுவுக.

15. (a) Show that the convergence of $\sum a_n$ implies the convergence of $\sum \frac{a_n}{n}$

$\sum a_n$ -ன் ஒருங்குதலை கொண்டு $\sum \frac{a_n}{n}$ ஒருங்கும் என காட்டுக.

Or

(b) Prove that the series $\left(1 - \frac{1}{2}\right) + \left(1 - \frac{3}{4}\right) + \left(1 - \frac{7}{8}\right) + \dots$ converges.

$\left(1 - \frac{1}{2}\right) + \left(1 - \frac{3}{4}\right) + \left(1 - \frac{7}{8}\right) + \dots$ ஒருங்கும் என நிறுவுக.

Part C

(3 × 10 = 30)

Answer any **three** questions.

16. If $\{a_n\}$ converges to a, $\{b_n\}$ converges to b. Prove :

(a) $\{a_n + b_n\}$ converges to a + b and

(b) $\{a_n b_n\}$ converges to ab.

$\{a_n\}$ ஆனது a க்கு ஒருங்கும், $\{b_n\}$ ஆனது b க்கு ஒருங்கும் எனில் பின்வருவனவற்றை நிறுவுக.

(அ) $\{a_n + b_n\}$ ஆனது a + b க்கு ஒருங்கும்

(ஆ) $\{a_n b_n\}$ ஆனது ab க்கு ஒருங்கும்,

17. State and prove Cesaro's theorem.

சீசரோவின் தேற்றத்தை கூறி நிறுவுக.

18. State and Prove Comparison test.

ஒப்பீட்டு சோதனையை கூறி நிறுவுக.

19. Show that the series $\sum \frac{\sin n\theta}{n}$ converges for all values of θ .

$\sum \frac{\sin n\theta}{n} - \theta$ ன் எல்லா மதிப்புகளுக்கும் குவியும் என காட்டுக.

20. Prove Riemann's theorem.

ரீமானின் தேற்றத்தை நிறுவுக.

F-8024

Sub. Code

7BMA3C1

B.Sc. DEGREE EXAMINATION, NOVEMBER 2022.

Third Semester

Mathematics

ABSTRACT ALGEBRA

(CBCS – 2017 onwards)

Time : 3 Hours

Maximum : 75 Marks

Part A

(10 × 2 = 20)

Answer **all** questions.

1. Show that in a group left cancellation law holds.
இடது நீக்க விதிகள் குலத்தில் பொருந்தும் என காட்டுக.
2. Define symmetric group.
சமச்சீர் குலம் வரையறு.
3. Define order of an element.
உறுப்பின் வரிசையை வரையறு.
4. State Fermat's theorem.
பெர்மாட்டின் தேற்றம் கூறு.
5. Show that the centre of a group is a normal subgroup.
குலத்தின் மையம், நேர்மை உட்குலம் ஆகும் என காட்டுக.
6. Define automorphism.
தன்னொப்புமை - வரையறு.
7. Define (a) unit and (b) zero divisor.
(அ) அலகு (ஆ) பூஜ்ய வகுப்பான் - வரையறு.

8. Show that any unit in the ring R cannot be a zero divisor.
வளையம் R -ல் எந்த அலகும் பூஜ்ய வகுப்பான் அல்ல என காட்டுக.
9. Define Euclidean domain and principal ideal domain.
யூக்ளிட் அரங்கம் மற்றும் முதன்மை சீர் அரங்கம் - வரையறு.
10. Let a be a non-zero element of an Euclidean domain R , if $d(a) = 0$, prove a is a unit in R
 a என்பது யூக்ளிட் அரங்கம் R -ன் பூஜ்யமற்ற உருப்பு $d(a) = 0$ எனில் a என்பது R ல் ஒரு அலகு என நிறுவுக.

Part B

(5 × 5 = 25)

Answer **all** questions

11. (a) Construct the Cayley table for the group $G = \{1, i, -1, -i\}$.
குலம் $G = \{1, i, -1, -i\}$ க்கு கேலி அட்டவணையை அமைத்தீடுக.
- Or
- (b) Show that any permutation can be expressed as the product of transpositions.
எந்த ஒரு வரிசைமாற்றத்தையும் இடமாற்றங்களின் பெருக்கலாக எழுதலாம் என காட்டுக.
12. (a) Show that intersection of two subgroups is again a subgroup.
இரு உட்குலங்களின் வெட்டும் ஒரு உட்குலம் ஆகும் என காட்டுக.

Or

- (b) Show that every group of prime order is cyclic.
பகா வரிசை உடைய எந்த குலமும் சக்கர குலம் என காட்டுக.

13. (a) Show that every subgroup of an abelian group is a normal subgroup.

அபீலியன் குலத்தின் எந்த ஒரு உட்குலமும் நேர்மை உட்குலம் ஆகும் என காட்டுக.

Or

- (b) Show that the set of all automorphisms forms a group.

எல்லா தன்னொப்புமைகளையும் கொண்ட கணம் ஒரு குலமாகும் என காட்டுக.

14. (a) Show that the characteristic of an integral domain D is either 0 or a prime number.

எண் அரங்கம் D யின் சிறப்பு 0 அல்லது ஒரு பகா எண் என காட்டுக.

Or

- (b) If the additive group of a ring R is cyclic, prove that R is commutative.

வளையம் R -ன் கூட்டல் குலம் சக்கரக்குலம் எனில் R ஆனது பரிமாற்று வளையம் என நிறுவுக.

15. (a) Describe the quotient field of the integral domain $D = \{a + b\sqrt{2} / a, b \in Z\}$

$D = \{a + b\sqrt{2} / a, b \in Z\}$ எனும் எண் அரங்கின் ஈவு களத்தை விவரி.

Or

- (b) Let $f : R \rightarrow R'$ be a homomorphism and let S' be an ideal of R' , then show that $f^{-1}(S')$ is an ideal of R .

$f : R \rightarrow R'$ செயலொப்புமை, S' என்பது R' ன் சீர்வளையம் எனில் $f^{-1}(S')$ ஆனது R -ன் சீர்வளையம் என நிறுவுக.

Part C

(3 × 10 = 30)

Answer any **three** questions.

16. Let G be the set of all real number except -1 and let $*$ on G be defined by $a * b = a + b + ab$, then prove that $(G, *)$ is a group.

G என்பது -1 ஐ தவிர்த்த மெய் எண்களின் கணம் $*$ என்பது $a * b = a + b + ab$ எனில் $(G, *)$ ஒரு குலம் என காட்டுக.

17. Let A and B are subgroups of a group G , show that AB is a subgroup of $G \Leftrightarrow AB = BA$.

A, B என்பன குலம் G -யின் உட்குலங்கள். AB ஆனது G -யின் உட்குலம் $\Leftrightarrow AB = BA$ என காட்டுக.

18. State and prove Cayley's theorem.

கேலியின் தேற்றம் கூறி நிறுவுக.

19. Prove that the set $Z \times R = \{(m, x / m \in Z \text{ and } x \in R)\}$ is a ring under the operations \oplus and \otimes defined by $(m, x) \oplus (n, y) = (m + n, x + y)$ and

$$(m, x) \otimes (n, y) = (mn, my + nx + xy).$$

$Z \times R = \{(m, x / m \in Z \text{ and } x \in R)\}$ ஆனது

$(m, x) \oplus (n, y) = (m + n, x + y)$ மற்றும்

$(m, x) \otimes (n, y) = (mn, my + nx + xy)$ என வரையறுக்கப்பட்ட

செயலிகள் \oplus மற்றும் \otimes ஐப் பொருத்து ஒரு வளையம் என நிறுவுக.

20. Define Unique factorization domain and Prove any Euclidean domain is a Unique factorization domain.

ஒரு வழி பகுத்தல் அரங்கை வரையறு மற்றும் எந்த ஒரு யூக்ளிட் அரங்கமும் ஒரு வழி பகுத்தல் அரங்கம் ஆகும் என நிறுவுக.

F-8025

Sub. Code

7BMA3C2

B.Sc. DEGREE EXAMINATION, NOVEMBER 2022

Third Semester

Mathematics

DIFFERENTIAL EQUATIONS AND ITS APPLICATIONS

(CBCS – 2017 onwards)

Time : 3 Hours

Maximum : 75 Marks

Part A

(10 × 2 = 20)

Answer all questions.

1. What do you mean by an exact equation?

துல்லியமான சமன்பாடு பற்றி நீ அறிவது யாது?

2. Solve : $y = (x - a)p - p^2$.

தீர்க்க : $y = (x - a)p - p^2$.

3. Find the complementary function

$$(x^2D^2 + 3xD + 1)y = \frac{1}{(1-x)^2}.$$

நிரப்புச் சார்பு காண்க $(x^2D^2 + 3xD + 1)y = \frac{1}{(1-x)^2}$.

4. Find : $\frac{X}{\theta - \alpha}$.

காண்க : $\frac{X}{\theta - \alpha}$.

5. Solve : $(D^2 + \tan xD + \cos^2 x)y = 0$.

தீர்க்க : $(D^2 + \tan xD + \cos^2 x)y = 0$.

6. Write the condition of integrability.

தொகையிடலின் நிபந்தனையை எழுதுக.

7. Eliminate a and b from $z = (x + a)(y + b)$.

$z = (x + a)(y + b)$ -யிலிருந்து a மற்றும் b ஐ நீக்குக.

8. Solve : $p + q = x + y$.

தீர்க்க : $p + q = x + y$.

9. Define : Orthogonal trajectory.

வரையறு : செங்குத்து எறிவுவரை.

10. State Torricelli's law.

டோரிசெலியின் விதியை எழுதுக.

Part B

(5 × 5 = 25)

Answer **all** questions, choosing either (a) or (b).

11. (a) Solve : $(x^2y - 2xy^2)dx - (x^3 - 3x^2y)dy = 0$.

தீர்க்க : $(x^2y - 2xy^2)dx - (x^3 - 3x^2y)dy = 0$.

Or

(b) Solve : $y^2 = (1 + p^2)$.

தீர்க்க : $y^2 = (1 + p^2)$.

12. (a) Solve : $(5 + 2x)^2 \frac{d^2y}{dx^2} - 6(5 + 2x) \frac{dy}{dx} + 8y = 6x$.

தீர்க்க : $(5 + 2x)^2 \frac{d^2y}{dx^2} - 6(5 + 2x) \frac{dy}{dx} + 8y = 6x$.

Or

(b) Solve : $\frac{dx}{x^2 + y^2} = \frac{dy}{2xy} = \frac{dz}{(x + y)z}$.

தீர்க்க : $\frac{dx}{x^2 + y^2} = \frac{dy}{2xy} = \frac{dz}{(x + y)z}$.

13. (a) Verify the condition of integrability :

$(y - z)dx + (z - x)dy + (x - y)dz = 0$.

தொகையிடலின் நிபந்தனையை சரிபார்க்க :

$(y - z)dx + (z - x)dy + (x - y)dz = 0$.

Or

(b) Solve the equation by reduction to normal form.

$[x^2D^2 - 2x(3x - 2)D + 3x(3x - 4)]y = e^{3x}$.

இயல் வடிவத்திற்கு குறைத்து சமன்பாட்டைத் தீர்க்க.

$[x^2D^2 - 2x(3x - 2)D + 3x(3x - 4)]y = e^{3x}$.

14. (a) Eliminate the arbitrary function f from

$f(x^2 + y^2 + z^2, z^2 - 2xy) = 0$.

$f(x^2 + y^2 + z^2, z^2 - 2xy) = 0$ விலிருந்து விதிகட்டுப்பாடற்ற சார்பை நீக்குக.

Or

(b) Solve : $(y + z)p + (z + x)q = x + y$.

தீர்க்க : $(y + z)p + (z + x)q = x + y$.

15. (a) Find the orthogonal trajectories of $r^n = a^n \sin n\theta$.

$r^n = a^n \sin n\theta$ -ன் செங்குத்து எறிவு வரையைக் காண்க.

Or

- (b) Explain retarded fall of bodies.

பொருட்களின் சுணக்க வீழ்ச்சியை விவரி.

Part C

(3 × 10 = 30)

Answer any **three** questions.

16. Solve : $(3D^2 + D - 14)y = 8e^{2x} + \cos 5x$.

தீர்க்க : $(3D^2 + D - 14)y = 8e^{2x} + \cos 5x$.

17. Solve : $4\frac{dx}{dt} + 9\frac{dy}{dt} + 2x + 31y = e^t$; $3\frac{dx}{dt} + 7\frac{dy}{dt} + x + 24y = 3$.

தீர்க்க : $4\frac{dx}{dt} + 9\frac{dy}{dt} + 2x + 31y = e^t$; $3\frac{dx}{dt} + 7\frac{dy}{dt} + x + 24y = 3$.

18. Solve : $(1-x)y_3 + (x^2-1)y_2 - x^2y_1 + xy = 0$.

தீர்க்க : $(1-x)y_3 + (x^2-1)y_2 - x^2y_1 + xy = 0$.

19. Solve by Charpits method $xp^2 - ypq + y^3q - y^2z = 0$.

சார்பிட்ஸ் முறையில் தீர்க்க : $xp^2 - ypq + y^3q - y^2z = 0$.

20. Discuss the Brachistochrone problem.

பிராசிஸ்டோக்ரோன் பிரச்சனையை விவாதி.

F-8026

Sub. Code

7BMA4C1

B.Sc. DEGREE EXAMINATION, NOVEMBER 2022.

Fourth Semester

Mathematics

TRANSFORM TECHNIQUES

(CBCS – 2017 onwards)

Time : 3 Hours

Maximum : 75 Marks

Part A

(10 × 2 = 20)

Answer **all** the questions.

1. Define laplace transform.

வரையறு : லாப்லாஸ் உருமாற்றம்.

2. Prove : $L(\sin ax) = \frac{a}{s^2 + a^2}$.

நிறுவுக : $L(\sin ax) = \frac{a}{s^2 + a^2}$.

3. Find : $L^{-1}\left(\frac{1}{(s+3)^2 + 25}\right)$.

காண்க : $L^{-1}\left(\frac{1}{(s+3)^2 + 25}\right)$.

4. Prove : $L^{-1}[F(s+a)] = e^{-ax} L^{-1}[F(s)]$.

நிறுவுக : $L^{-1}[F(s+a)] = e^{-ax} L^{-1}[F(s)]$.

5. Define : Fourier series.

வரையறு : ஃபூரியர் தொடர்.

6. Write the formula for ' a_0 ' in half range series.

அரை வீச்சுத் தொடரில் ' a_0 ' ற்கான சூத்திரத்தை எழுதுக.

7. Define “ Fourier transform.

வரையறு : ஃபூரியர் உருமாற்றம்.

8. Prove : $F_C \{e^{-ax}\} = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{a}{s^2 + a^2}$.

நிறுவுக : $F_C \{e^{-ax}\} = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{a}{s^2 + a^2}$.

9. Find : $Z[a^n]$.

காண்க : $Z[a^n]$.

10. Find the inverse Z-transform of

$$F(z) = \log \left[\frac{1}{1 - a z^{-1}} \right], |z| > |a|.$$

$F(z) = \log \left[\frac{1}{1 - a z^{-1}} \right], |z| > |a|$ -ன் Z-உருமாற்றத்தின் எதிர்

உருமாற்றத்தைக் காண்க.

Part B**(5 × 5 = 25)**Answer **all** questions, choosing either (a) or (b).

11. (a) Find : $L(x e^{-x} \cos x)$.

காண்க : $L(x e^{-x} \cos x)$.

Or

(b) Find : $L\left(\frac{1-\cos x}{x}\right)$.

காண்க : $L\left(\frac{1-\cos x}{x}\right)$.

12. (a) Evaluate : $L^{-1}\left[\frac{1}{s(s+1)(s+2)}\right]$.

மதிப்பிடுக : $L^{-1}\left[\frac{1}{s(s+1)(s+2)}\right]$.

Or

(b) Evaluate : $L^{-1}\left[\log\left(\frac{s+2}{s+3}\right)\right]$.

மதிப்பிடுக : $L^{-1}\left[\log\left(\frac{s+2}{s+3}\right)\right]$

13. (a) Find the Fourier expansion of $f(x)=x, -\pi < x < \pi$.

$f(x)=x, -\pi < x < \pi$ -ன் ஃபூரியர் விரிவைக் காண்க.

Or

- (b) Find a sine series for $f(x)=c$ in the interval $(0, \pi)$.

இடைவெளி $(0, \pi)$ -ல் $f(x)=c$ ற்கு சைன் தொடர் காண்க.

14. (a) Prove : $F\{x^n f(x)\} = (-i)^n \frac{d^n}{ds^n} [F\{f(x)\}]$.

நிறுவுக : $F\{x^n f(x)\} = (-i)^n \frac{d^n}{ds^n} [F\{f(x)\}]$.

Or

- (b) State and prove Fourier integral theorem.

ஃபூரியர் தொகையீட்டுத் தேற்றத்தைக் கூறி நிறுவுக.

15. (a) Prove : $z[f(n+1)] = zF(z) - zf(0)$.

நிறுவுக : $z[f(n+1)] = zF(z) - zf(0)$.

Or

- (b) Evaluate : $Z^{-1}\left[\frac{z-4}{z^2+5z+6}\right]$.

மதிப்பிடுக : $Z^{-1}\left[\frac{z-4}{z^2+5z+6}\right]$.

Part C

(3 × 10 = 30)

Answer any **three** questions.

16. (a) Prove : $L[f'(x)] = s^2 L(f(x)) - sf(0) - f'(0)$.

(b) Find the laplace transform :

$$f(t) = \begin{cases} e^{-t} & 0 < t < 4 \\ 0 & t \geq 4 \end{cases} .$$

(அ) நிறுவக : $L[f'(x)] = s^2 L(f(x)) - sf(0) - f'(0)$.

(ஆ) லாப்லாஸ் உருமாற்றத்தைக் காண்க

$$f(t) = \begin{cases} e^{-t} & 0 < t < 4 \\ 0 & t \geq 4 \end{cases} .$$

17. Using laplace transform solve $xy'' - (2+x)y' + 3y = x-1$ when $y(0)=0$.

$y(0)=0$ எனும் போது $xy'' - (2+x)y' + 3y = x-1$ ஐ லாப்லாஸ் உருமாற்றத்தைப் பயன்படுத்தி தீர்க்க.

18. Prove : $x^2 = \frac{\pi^2}{3} + 4 \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{\cos nx}{n^2}$, $-\pi \leq x \leq \pi$.

நிறுவக : $x^2 = \frac{\pi^2}{3} + 4 \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{\cos nx}{n^2}$, $-\pi \leq x \leq \pi$.

19. (a) State and prove convolution theorem.

(b) State and prove Parsival's identify.

(அ) மடிப்புத் தேற்றத்தைக் கூறி நிறுவுக.

(ஆ) பார்ஸியலின் சமனியைக் கூறி நிறுவுக.

20. Solve : $y(k+2) - 4y(k+1) + 4y(k) = 0$, $y(0)=1$, $y(1)=0$.

தீர்க்க : $y(k+2) - 4y(k+1) + 4y(k) = 0$, $y(0)=1$, $y(1)=0$.

F-8027

Sub. Code

7BMA4C2

B.Sc. DEGREE EXAMINATION, NOVEMBER 2022.

Fourth Semester

Mathematics

LINEAR ALGEBRA

(CBCS – 2017 onwards)

Time : 3 Hours

Maximum : 75 Marks

Part A

(10 × 2 = 20)

Answer **all** questions.

1. Prove that R is not a vector space over C .
 C -ன் மீது R ஒரு வெக்டர் வெளி அல்ல என நிறுவுக.
2. Define : Linear span.
வரையறு : நேரியல் நீட்டம்.
3. What is a linearly independent set?
நேரியல் சார்பற்ற கணம் என்றால் என்ன?
4. Define : Rank and Nullity.
வரையறு : தரம் மற்றும் இன்மை.
5. Define : Inner product.
வரையறு : உட்பெருக்கல்.
6. What is an orthogonal set?
செங்குத்துக் கணம் என்றால் என்ன?

7. If A and B are symmetric matrices prove that $AB + BA$ is symmetric.

A மற்றும் B சமச்சீர் அணிகள் எனில் $AB + BA$ -ம் சமச்சீர் என நிறுவுக.

8. Give an example of elementary matrix of order 4.

நான்கு வரிசையுடைய தொடக்கநிலை அணிக்கு ஒரு எடுத்துக்காட்டு கொடு.

9. Prove that the eigen values of A and its transpose A^T are the same.

A மற்றும் அதன் நிரல் நிரை மாற்று அணி A^T -ன் ஐகன் மதிப்புகள் சமம் என நிறுவுக.

10. Define : Quadratic form.

வரையறு : இருபடி வடிவம்.

Part B

(5 × 5 = 25)

Answer **all** questions, choosing either (a) or (b).

11. (a) If V is a vector space over F , prove that a non-empty subset W of V is a subspace of V if and only if W is closed with respect to vector addition and scalar multiplication in V .

F -ன் V ஒரு வெக்டர்வெளி எனில், V ன் ஒரு வெற்றற்ற உட்கணம் W உள்வெளி ஆவதற்கு தேவையான மற்றும் போதுமான நிபந்தனை யாதெனில் V ல் உள்ள வெக்டர் கூட்டல் மற்றும் ஸ்கேலர் பெருக்கலைப் பொருத்து W முடியதாக இருத்தலாகும் என நிறுவுக.

Or

(b) If V is a vector space over a field F and let $S, T \subseteq V$, then prove that

(i) $S \subseteq T \Rightarrow L(S) \subseteq L(T)$

(ii) $L(S \cup T) = L(S) + L(T)$

V என்பது F -ன் மீது ஒரு வெக்டர் வெளி மற்றும் $S, T \subseteq V$ எனில்

(i) $S \subseteq T \Rightarrow L(S) \subseteq L(T)$

(ii) $L(S \cup T) = L(S) + L(T)$ என நிறுவுக.

12. (a) Prove that the vectors $(1, 4, -2)$, $(-2, 1, 3)$ and $(-4, 11, 5)$ are linearly dependent.

$(1, 4, -2)$, $(-2, 1, 3)$ மற்றும் $(-4, 11, 5)$ என்ற வெக்டர்கள் நேரியல் சார்புடையவை எனக் காட்டு.

Or

- (b) Let V be a vector space over a field F let $S = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ space V . If $S = \{w_1, w_2, \dots, w_m\}$ be a linearly independent set of vectors, then prove that $m \leq n$.

ஒரு களம் F -ன் மீது V ஒரு வெக்டர் வெளி என்க. $S = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ என்பது V ன் நீட்டம் என்க. $S = \{w_1, w_2, \dots, w_m\}$ என்பது நேரியல் சார்பற்ற வெக்டர்களின் கணம் எனில் $m \leq n$ என நிறுவுக.

13. (a) State and prove Schwartz's inequality.

ஸ்குவார்ட்டீஸ் சமனின்மையைக் கூறி நிறுவுக.

Or

- (b) If V is a finite dimensional inner product space and W be a subspace of V then prove that $(W^\perp)^\perp = W$.

V என்பது ஒரு முடிவுறு பரிமாணவுள்ள உட்பெருக்கல் வெளி மற்றும் W என்பது V -ன் உள்வெளி எனில் $(W^\perp)^\perp = W$ என நிறுவுக.

14. (a) Compute the inverse of the matrix

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 \\ -15 & 6 & -5 \\ 5 & -2 & 2 \end{pmatrix}.$$

அணி $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 \\ -15 & 6 & -5 \\ 5 & -2 & 2 \end{pmatrix}$ -ன் நேர்மறை கணக்கிடுக

Or

(b) Find the rank : $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 & 1 \\ 2 & -3 & 0 & -1 \\ 1 & 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}$.

தரம் காண்க : $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 & 1 \\ 2 & -3 & 0 & -1 \\ 1 & 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}$.

15. (a) Verify Cayley Hamilton's theorem for the matrix

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}.$$

அணி $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$ -க்கு கெய்லி ஹெமில்டன் தேற்றத்தைச் சரிபார்க்க.

Or

- (b) Reduce the quadratic form

$x_1^2 + 4x_1x_2 + 4x_1x_3 + 4x_2^2 + 16x_2x_3 + 4x_3^2$ to the diagonal form.

$x_1^2 + 4x_1x_2 + 4x_1x_3 + 4x_2^2 + 16x_2x_3 + 4x_3^2$ என்ற இருபடி வடிவத்தை மூலவிட்ட வடிவமாக குறைக்க.

Part C

(3 × 10 = 30)

Answer any **three** questions.

16. State and prove the fundamental theorem of homomorphism.

செயல்மாறாக் கோர்த்தலின் அடிப்படைத் தேற்றத்தைக் கூறி நிறுவுக.

17. If V is a finite dimensional vector space over a field F and W be a subspace of V then prove that

(a) $\dim W \leq \dim V$

(b) $\dim V/W = \dim V - \dim W$.

ஒரு களம் F ன் மீது V என்பது ஒரு முடிவுறு பரிமாணமுள்ள வெக்டர் வெளி மற்றும் W என்பது V ன் உள்வெளி எனில் நிறுவுக.

(அ) $\dim W \leq \dim V$

(ஆ) $\dim V/W = \dim V - \dim W$.

18. Explain Gram-Schmidt orthogonalisation process.

கிராம்-ஸ்கிமிட்டின் செங்குத்தாக்கல் முறையை விவரி.

19. Verify for consistency of equation

$$x - 4y - 3z = -16$$

$$4x - y + 6z = 16$$

$$2x + 7y + 12z = 48$$

$$5x - 5y + 3z = 0$$

சமன்பாடுகளின் இசைவை சரிபார்க்க.

$$x - 4y - 3z = -16$$

$$4x - y + 6z = 16$$

$$2x + 7y + 12z = 48$$

$$5x - 5y + 3z = 0$$

20. Find the eigen values and eigen vectors of the matrix

$$A = \begin{pmatrix} 6 & -2 & 2 \\ -2 & 3 & -1 \\ 2 & -1 & 3 \end{pmatrix}.$$

அணி $A = \begin{pmatrix} 6 & -2 & 2 \\ -2 & 3 & -1 \\ 2 & -1 & 3 \end{pmatrix}$ -ன் ஐகன் மதிப்புகள் மற்றும் ஐகன்

வெக்டர்களைக் காண்க.

F-8028

Sub. Code

7BMA5C1

B.Sc. DEGREE EXAMINATION, NOVEMBER 2022

Fifth Semester

Mathematics

REAL ANALYSIS

(CBCS – 2017 onwards)

Time : 3 Hours

Maximum : 75 Marks

Part A

(10 × 2 = 20)

Answer all questions.

1. Prove that the set $A = \left\{ \frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \dots \right\}$ is countable.

கணம் $A = \left\{ \frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \dots \right\}$ எண்ணிடத்தக்கது என நிறுவுக.

2. Define discrete metric space.

பிரிநிலை யாப்பு வெளியை வரையறு.

3. Prove that Z is not open in R .

R ல் Z திறந்ததல்ல என நிறுவுக.

4. When do you say that a metric space M is complete?

ஒரு யாப்பு வெளி M -ஐ எப்போது முழுமையானது எனக் கூறுவாய்?

5. Define a continuous function.

ஒரு தொடர்ச்சியான சார்பை வரையறு.

6. What is a homeomorphism?

வடிவொப்புமை என்றால் என்ன?

7. Define a connected metric space.
ஒரு இணைந்த யாப்பு வெளியை வரையறு.
8. State intermediate value theorem.
இடைமதிப்புத் தேற்றத்தைக் கூறுக.
9. Prove that R with usual metric is not compact.
வழக்கமான யாப்பின் கீழ் R கச்சிதமானதல்ல என நிறுவுக.
10. Define : Sequentially compact metric space.
வரையறை : தொடர்பு கச்சிதமான யாப்பு வெளி.

Part B (5 × 5 = 25)

Answer **all** the questions choosing either (a) or (b).

11. (a) State and prove Minkowski's inequality.
மின்கௌஸ்கி-ன் சமனின்மையை கூறி நிறுவுக.

Or
- (b) In any metric space (M, d) , prove that each open ball is an open set.
எந்த ஒரு யாப்பு வெளி (M, d) -ல் ஒவ்வொரு திறந்த பந்தும் ஒரு திறந்த கணம் என நிறுவுக.
12. (a) If (m, d) is a metric space and $A, B \subseteq M$ then prove that
(i) $\overline{A \cup B} = \overline{A} \cup \overline{B}$
(ii) $A \cap B \subseteq \overline{A} \cap \overline{B}$
 (m, d) ஒரு யாப்பு வெளி மற்றும் $A, B \subseteq M$ எனில்
(i) $\overline{A \cup B} = \overline{A} \cup \overline{B}$
(ii) $A \cap B \subseteq \overline{A} \cap \overline{B}$ என நிறுவுக.

Or

- (b) State and prove Baire's category theorem.
பேரின் வகையினத் தேற்றத்தைக் கூறி நிறுவுக.

13. (a) Let (M_1, d_1) and (M_2, d_2) be two metric spaces and $a \in M_1$. Prove that a function $f: M_1 \rightarrow M_2$ is continuous at 'a' $\Leftrightarrow (x_n) \rightarrow a \Rightarrow (f(x_n)) \rightarrow f(a)$.

(M_1, d_1) மற்றும் (M_2, d_2) இரு யாப்பு வெளிகள் மற்றும் $a \in M_1$ என்க. $f: M_1 \rightarrow M_2$ என்ற சார்பு 'a'ல் தொடர்ச்சி $\Leftrightarrow (x_n) \rightarrow a \Rightarrow (f(x_n)) \rightarrow f(a)$ என நிறுவுக.

Or

- (b) If d_1 is the metric on $[0, 1]$ and d_2 is the usual metric on $[0, 2]$ then show that the map $f: [0, 1] \rightarrow [0, 2]$ defined by $f(x) = 2x$ is not an isometry.

$[0, 1]$ -ன் மீது d_1 ஒரு யாப்பு மற்றும் d_2 என்பது $[0, 2]$ -ன் மீது யாப்பு எனில் $f(x) = 2x$ என வரையறுக்கப்பட்ட $f: [0, 1] \rightarrow [0, 2]$ என்ற சார்பு சமயாப்பல்ல என நிறுவுக.

14. (a) Prove that any continuous image of a connected set is connected.

ஒரு இணைந்த கணத்தின் எந்த ஒரு தொடர்ச்சியான பிம்பமும் இணைந்தது என நிறுவுக.

Or

- (b) If A is a connected subset of a metric space M then prove that \bar{A} is connected.

A என்பது ஒரு மெட்ரிக் வெளி M -ன் ஒரு இணைந்த உட்கணம் எனில் \bar{A} இணைந்தது என நிறுவுக.

15. (a) Prove that a non-empty subset of a totally bounded set is totally bounded.

ஒரு முழுவரம்புடைய கணத்தின் ஒரு வெற்றற்ற உட்கணம் முழு வரம்புடையது என நிறுவுக.

Or

- (b) Prove that continuous image of a compact metric space is compact.

ஒரு கச்சிதமான யாப்பு வெளியின் தொடர்ச்சியான பிம்பம் கச்சிதமானது என நிறுவுக.

Part C

(3 × 10 = 30)

Answer any **three** questions.

16. Prove that R is uncountable.

R எண்ணிடத்தக்கதல்ல என நிறுவுக.

17. Let M be a metric space and M_1 a subspace of M . If $A_1 \subseteq M_1$ then prove that A_1 is open in $M_1 \Leftrightarrow$ there exists an open set A in M such that $A_1 = A \cap M_1$.

M ஒரு யாப்பு வெளி மற்றும் M_1 என்பது M -ன் ஒரு உள் வெளி என்க. $A_1 \subseteq M_1$ எனில் M_1 -ல் A_1 திறந்தது $\Leftrightarrow A_1 = A \cap M_1$ எனுமாறு M -ல் ஒரு திறந்த கணம் A அமைந்திருக்கும் என நிறுவுக.

18. Prove :

(a) $f : [0, 1] \rightarrow R$ defined by $f(x) = x^2$ is uniformly continuous.

(b) $f : (0, 1) \rightarrow R$ defined by $f(x) = \frac{1}{x}$ is not uniformly continuous.

நிறுவுக :

(அ) $f(x) = x^2$ என வரையறுக்கப்பட்ட $f : [0, 1] \rightarrow R$ என்பது சீரான தொடர்ச்சி.

(ஆ) $f(x) = \frac{1}{x}$ என வரையறுக்கப்பட்ட $f : (0, 1) \rightarrow R$ சீரான தொடர்ச்சியற்றது.

19. Prove : A subspace of R is connected \Leftrightarrow it is an interval.

R -ன் ஒரு உள்வெளி இணைந்தது \Leftrightarrow அது ஒரு இடைவெளி.

20. State and prove Heine Borel theorem.

ஹெய்னி போரல் தேற்றத்தைக் கூறி நிறுவுக.

F-8029

Sub. Code

7BMA5C2

B.Sc. DEGREE EXAMINATION, NOVEMBER 2022.

Fifth Semester

Mathematics

STATISTICS – I

(CBCS – 2017 onwards)

Time : 3 Hours

Maximum : 75 Marks

Part A

(10 × 2 = 20)

Answer **all** questions.

1. Find the median of 66, 65, 64, 70, 61, 60, 56, 63, 60, 67, 62.

இடைநிலை அளவு காண்க : 66, 65, 64, 70, 61, 60, 56, 63, 60, 67, 62.

2. Define : Range.

வரையறு : வீச்சு.

3. Write the formula for μ_r^1 .

μ_r^1 -ன் சூத்திரத்தை எழுதுக.

4. Write Bowley's coefficient of Skewness.

பெளலியின் கோட்டக் கெழுவை எழுதுக.

5. State the formula of rank correlation coefficient.

தர ஒட்டுறவு கெழுவின் சூத்திரத்தைக் கூறு.

6. Prove : $r = \pm\sqrt{b_{xy} b_{yx}}$.

நிறுவுக : $r = \pm\sqrt{b_{xy} b_{yx}}$.

7. State Lagrange interpolation formula.

லெக்ராஞ்சியின் இடைச் செருகல் வாய்ப்பாட்டைக் கூறுக.

8. Prove : $(AB) = (ABC) + (AB\gamma)$.

நிறுவுக : $(AB) = (ABC) + (AB\gamma)$.

9. Write the use of index numbers.

குறியீட்டு எண்களின் பயனை எழுதுக.

10. What are the components of time series?

காலத்தொடரின் கூறுகள் யாவை?

Part B

(5 × 5 = 25)

Answer **all** questions, choosing either (a) or (b).

11. (a) Compute the standard deviation for the following data.

62 85 73 81 74 58 66 72 54 84

65 50 83 62 85 52 80 86 71 75

கீழ்வரும் தரவுகளுக்கு திட்ட விலக்கம் காண்க.

62 85 73 81 74 58 66 72 54 84

65 50 83 62 85 52 80 86 71 75

Or

(b) Write the advantages of measures of dispersion.

விரவல் அளவீடுகளின் பயன்கள் எழுதுக.

12. (a) Fit a straight line to the data keeping x as independent variable.

x 0 1 2 3 4

y 1 1.8 3.3 4.5 6.3

x ஐ சாராத மாறியாகக் கொண்டு தரவுகளுக்கு ஒரு நேர்கோடு பொருத்துக.

x	0	1	2	3	4
y	1	1.8	3.3	4.5	6.3

Or

(b) Compute $\mu_1, \mu_2, \mu_3, \mu_4, \beta_1$ and β_2 :

x	0	1	2	3	4	5	6
y	5	15	17	25	19	14	5

$\mu_1, \mu_2, \mu_3, \mu_4, \beta_1$ மற்றும் β_2 கணக்கிடுக:

x	0	1	2	3	4	5	6
y	5	15	17	25	19	14	5

13. (a) Calculate the Correlation Coefficient.

x	50	50	55	60	65	65	65	60	60	60
y	11	13	14	16	16	15	15	14	13	13

ஒட்டுறவுக் கெழுவை கணக்கிடுக.

x	50	50	55	60	65	65	65	60	60	60
y	11	13	14	16	16	15	15	14	13	13

Or

(b) Find the rank correlation for the following data:

x	5	2	8	1	4	6	3	7
y	4	5	7	3	2	8	1	6

கீழ்வரும் விபரங்களுக்கு தர ஒட்டுறவு கெழு காண்க.

x	5	2	8	1	4	6	3	7
y	4	5	7	3	2	8	1	6

14. (a) Given $V_0 + V_8 = 80$; $V_1 + V_7 = 10$; $V_2 + V_6 = 5$;
 $V_3 + V_5 = 10$ find V_4 .

$$V_0 + V_8 = 80; \quad V_1 + V_7 = 10; \quad V_2 + V_6 = 5;$$

$$V_3 + V_5 = 10 \text{ என கொடுக்கப்பட்டுள்ளன } V_4 \text{ காண்க.}$$

Or

- (b) Examine the consistency of the data:

$$N = 1,800, \quad (A) = 850, \quad (B) = 780, \quad (C) = 326,$$

$$(AB) = 250, \quad (BC) = 122, \quad (AC) = 144, \quad (ABC) = 50.$$

தரவுகளின் ஒவ்வமையை சோதிக்க :

$$N = 1,800, \quad (A) = 850, \quad (B) = 780, \quad (C) = 326,$$

$$(AB) = 250, \quad (BC) = 122, \quad (AC) = 144, \quad (ABC) = 50.$$

15. (a) Calculate Fisher's index number for the following data :

Commodities	Base Year		Current Year	
	Price	Quantity	Price	Quantity
A	2	8	4	6
B	5	10	6	5
C	4	14	5	10
D	2	19	2	13

கீழ்வரும் தரவுகளுக்கு பிஷரின் குறியீட்டு எண்ணைக் கணக்கிடுக.

பொருட்கள்	அடிப்படை ஆண்டு		நடப்பாண்டு	
	விலை	அளவு	விலை	அளவு
A	2	8	4	6
B	5	10	6	5
C	4	14	5	10
D	2	19	2	13

Or

- (b) Prove that Fisher's index number is an ideal index number.

பிஷரின் குறியீட்டு எண் ஒரு விழுமிய குறியீட்டு எண் என நிறுவுக.

Part C

(3 × 10 = 30)

Answer any **three** questions.

16. Find the mean, median and mode for the following data.

Class	Frequency	Class	Frequency
20-24	3	40-44	12
25-29	5	45-49	6
30-34	10	50-54	3
35-39	20	55-59	1

கீழ்வரும் தரவுகளுக்கு சராசரி, இடைநிலை அளவு மற்றும் முகடு காண்க.

வகுப்பு	அலைவெண்	வகுப்பு	அலைவெண்
20-24	3	40-44	12
25-29	5	45-49	6
30-34	10	50-54	3
35-39	20	55-59	1

17. Find the Karl Pearson's Coefficient of skewness.

x	6	7	8	9	10	11	12
y	3	6	9	13	8	5	4

காரல் பியார்சன் கோட்டக் கெழுவைக் காண்க.

x	6	7	8	9	10	11	12
y	3	6	9	13	8	5	4

18. Obtain the lines of regression for the following data.

x	1	2	3	4	5	6	7	8	9
y	9	8	10	12	11	13	14	16	15

கீழ்வரும் தரவுகளுக்கு பின்னடைவு கோடுகளைப் பெறுக :

x	1	2	3	4	5	6	7	8	9
y	9	8	10	12	11	13	14	16	15

19. Find V_5 given that $V_1 = 4$; $V_2 = 7$; $V_4 = 13$; and $V_7 = 30$.

$V_1 = 4$; $V_2 = 7$; $V_4 = 13$ மற்றும் $V_7 = 30$ என கொடுக்கப்பட்டுள்ளன V_5 காண்க.

20. Explain measurement of trends.

போக்கு அளவீடுகளை விவரி.

F-8030

Sub. Code

7BMA5C3

B.Sc. DEGREE EXAMINATION, NOVEMBER 2022

Fifth Semester

Mathematics

OPERATIONS RESEARCH — I

(CBCS – 2017 onwards)

Time : 3 Hours

Maximum : 75 Marks

Part A

(10 × 2 = 20)

Answer **all** questions.

1. Write any two uses of O.R.

O.R. ன் இரண்டு பயன்களை எழுதுக.

2. State fundamental theorem of linear programming.

நேரியல் திட்டத்தின் அடிப்படை தேற்றத்தை கூறுக.

3. Define slack variable.

வரையறு : தொய்வு மாறி.

4. Write the dual problem.

$$\text{Min } Z = 4x_1 + 6x_2 + 18x_3$$

$$\text{S.T. } x_1 + 3x_2 \geq 3$$

$$x_2 + 2x_3 \geq 5$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

இருமக் கணக்கை எழுதுக.

$$\text{Min } Z = 4x_1 + 6x_2 + 18x_3$$

$$\text{S.T. } x_1 + 3x_2 \geq 3$$

$$x_2 + 2x_3 \geq 5$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

5. Define : Transportation Problem.

வரையறு : போக்குவரத்துக் கணக்கு.

6. What are balanced and unbalanced T.P.?

சமமான மற்றும் சமனற்ற T.P. என்றால் என்ன?

7. Define : Assignment Problem.

வரையறு : ஒதுக்கீட்டுக் கணக்கு.

8. What is an unbalanced Assignment problem?

சமனற்ற ஒதுக்கீட்டு கணக்கு என்றால் என்ன?

9. Define: Sequencing Problem.

வரையறு : வரிசை மாற்றுக் கணக்கு.

10. What do you know about “no passing rule”?

“கடந்து செல்லும் விதி இல்லை” என்பது பற்றி நீ அறிவது யாது?

Part B

(5 × 5 = 25)

Answer all questions.

11. (a) Explain the Mathematical formulation of a L.P.P. with an example.

ஒரு L.P.P. யின் கணித அமைப்பை ஒரு எடுத்துக்காட்டுடன் விவரி.

Or

(b) Write any five applications of O.R.

O.R. ன் ஐந்து பயன்பாடுகளை எழுதுக.

12. (a) Explain Two Phase method.

இருமுகவு முறையை விளக்குக.

Or

- (b) Use duality to solve the following L.P.P.

$$\text{Max } Z = x_1 - x_2 + 3x_3 + 2x_4$$

$$\text{S.t. } x_1 + x_2 \geq -1$$

$$x_1 - 3x_2 - x_3 \leq 7$$

$$x_1 + x_3 - 3x_4 = -2$$

$$x_j \leq 0, j = 1, 2, 3, 4$$

கீழ்வரும் L.P.P. ஐ இருமத்தை பயன்படுத்தி தீர்க்க.

$$\text{Max } Z = x_1 - x_2 + 3x_3 + 2x_4$$

$$\text{S.t. } x_1 + x_2 \geq -1$$

$$x_1 - 3x_2 - x_3 \leq 7$$

$$x_1 + x_3 - 3x_4 = -2$$

$$x_j \leq 0, j = 1, 2, 3, 4$$

13. (a) Solve using North West Corner Rule:

	D_1	D_2	D_3	D_4	Supply
R_1	5	7	13	10	700
R_2	8	6	14	13	400
R_3	12	10	9	11	800
Demand	200	600	700	400	

வடமேற்கு மூலை விதியைப் பயன்படுத்தித் தீர்க்க.

	D_1	D_2	D_3	D_4	வழங்கல்
R_1	5	7	13	10	700
R_2	8	6	14	13	400
R_3	12	10	9	11	800
தேவை	200	600	700	400	

Or

- (b) Explain Vogel approximation method.

வோகலின் தோராய முறையை விவரி.

14. (a) Write the Mathematical formulation of an Assignment Problem.

ஒதுக்கீட்டுக் கணக்கின் கணித அமைப்பை எழுதுக.

Or

- (b) Solve the following assignment Problem:

	I	II	III	IV
A	15	14	12	16
B	23	22	25	24
C	31	34	32	33
D	21	32	44	53

கீழ்வரும் ஒதுக்கீட்டு கணக்கை தீர்க்க.

	I	II	III	IV
A	15	14	12	16
B	23	22	25	24
C	31	34	32	33
D	21	32	44	53

15. (a) Solve the following sequencing Problem.

Job

	J_1	J_2	J_3	J_4	J_5	J_6
M_1	1	3	8	5	6	3
Machines M_2	5	6	3	2	2	10

கீழ்வரும் வரிசைமாற்றுக் கணக்கை தீர்க்க.

வேலை

	J_1	J_2	J_3	J_4	J_5	J_6
M_1	1	3	8	5	6	3
இயந்திரங்கள் M_2	5	6	3	2	2	10

Or

- (b) Find the minimum elapsed total time of 2 jobs and 5 machines using graphic method.

		Machines					
		Sequence	A	B	C	D	E
Job 1	Time		2	3	4	6	2
	Sequence		C	A	D	E	B
Job 2	Time		4	5	3	2	6
	Sequence		C	A	D	E	B

இரண்டு வேலைகள் மற்றும் ஐந்து இயந்திரங்களில் மீச்சிறு மொத்த கால நேரத்தை கணக்கிடுவதற்கு வரைபட முறையை பயன்படுத்துக.

		இயந்திரங்கள்					
		வரிசை	A	B	C	D	E
வேலை 1	நேரம்		2	3	4	6	2
	வரிசை		C	A	D	E	B
வேலை 2	நேரம்		4	5	3	2	6
	வரிசை		C	A	D	E	B

Part C

(3 × 10 = 30)

Answer any **three** questions.

16. Solve Graphically :

$$\text{Min } Z = 400x_1 + 360x_2$$

$$\text{S.t. } 5x_1 + 3x_2 \geq 45$$

$$x_1 \leq 8$$

$$x_2 \leq 10$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

வரைபட முறையில் தீர்க்க.

$$\text{Min } Z = 400x_1 + 360x_2$$

$$\text{S.t. } 5x_1 + 3x_2 \geq 45$$

$$x_1 \leq 8$$

$$x_2 \leq 10$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

17. Use Charnes Big-M method to solve the following L.P.P.

$$\text{Min } Z = 2x_1 + x_2$$

$$\text{S.T. } 3x_1 + x_2 = 3$$

$$4x_1 + 3x_2 \geq 6$$

$$x_1 + 2x_2 \leq 3$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

கீழ்வரும் L.P.P. -ஐ சார்ன்ஸ் பெரிய M முறையைப் பயன்படுத்தித் தீர்க்க.

$$\text{Min } Z = 2x_1 + x_2$$

$$\text{S.T. } 3x_1 + x_2 = 3$$

$$4x_1 + 3x_2 \geq 6$$

$$x_1 + 2x_2 \leq 3$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

18. Solve the T.P. :

	I	II	III	IV	V	Supply
A	6	4	4	7	5	100
B	5	6	7	4	8	125
C	3	4	6	3	4	175
Demand	60	80	85	105	70	400

T.P. - ஐ தீர்க்க.

	I	II	III	IV	V	வழங்கல்
A	6	4	4	7	5	100
B	5	6	7	4	8	125
C	3	4	6	3	4	175
தேவை	60	80	85	105	70	400

19. Solve the assignment problem for maximum profit.

	A	B	C	D
P	140	112	98	154
Q	90	72	63	99
R	110	88	77	121
S	80	64	56	88

மீப்பெரு லாபம் பெற ஒதுக்கீட்டு கணக்கைத் தீர்க்க.

	A	B	C	D
P	140	112	98	154
Q	90	72	63	99
R	110	88	77	121
S	80	64	56	88

20. Solve the following Sequencing Problem.

		Job				
		A	B	C	D	E
M_1		10	12	8	15	16
Machines	M_2	3	2	4	1	5
M_3		5	6	4	7	3
M_4		14	7	12	8	10

கீழ் வரும் வரிசை மாற்றுக் கணக்கைத் தீர்க்க.

வேலைகள்

	A	B	C	D	E
M_1	10	12	8	15	16
இயந்திரங்கள் M_2	3	2	4	1	5
M_3	5	6	4	7	3
M_4	14	7	12	8	10

F-8031

Sub. Code

7BMAE1A

B.Sc. DEGREE EXAMINATION, NOVEMBER 2022.

Fifth Semester

Mathematics

Elective : GRAPH THEORY

(CBCS – 2017 onwards)

Time : 3 Hours

Maximum : 75 Marks

Part A

(10 × 2 = 20)

Answer **all** questions.

1. Show that the sum of the degree of all the vertices of a graph is even.
ஒரு வரைபில் அனைத்து முனைகளின் படிகளின் கூடுதல் இரட்டை என நிறுவுக.
2. Define isomorphism between two graphs.
இரு வரைபுகளுக்கு இடையில் சம ஒப்புமையை வரையறு.
3. Define a connected graph and give an example.
ஒரு இணைந்த வரைபை வரையறு மற்றும் ஒரு எடுத்துக்காட்டு கொடு.
4. When do you say that a graph is Hamiltonian?
ஒரு வரைபை எப்போது ஹேமில்டன் வரைபு எனக் கூறுவாய்?
5. Define a tree and give one example.
ஒரு மரத்தை வரையறுத்து ஒரு எடுத்துக்காட்டு கொடு.
6. Show that every connected graph has a spanning tree.
ஒவ்வொரு இணைந்த வரைபிற்கும் ஒரு பரவல் மரம் உண்டு என நிறுவுக.

7. Define polyhedral graph.

பன்முக வரைபை வரையறு.

8. State Kuratowski theorem.

குரடோஸ்கியின் தேற்றத்தைக் கூறுக.

9. Define : directed graph.

வரையறு: திசையிட்ட வரைபு.

10. Give an example of a sub digraph.

ஒரு உள் திசையிட்ட வரைபிற்கு ஒரு எடுத்துக்காட்டு தருக.

Part B

(5 × 5 = 25)

Answer **all** questions, choosing either (a) or (b).

11. (a) Prove that the number of odd degree vertices in a graph is always even.

ஒரு வரையில் ஒற்றைப் படி முனைகளின் எண்ணிக்கை இரட்டை எண் என நிறுவுக.

Or

(b) Prove: $r(m,n) = r(n,m)$.

நிறுவுக : $r(m,n) = r(n,m)$.

12. (a) Show that a closed walk of odd length contains a cycle.

ஒற்றை எண் நீளம் கொண்ட ஒரு மூடிய நடையானது ஒரு சுற்றைப் பெற்றிருக்கும் என நிறுவுக.

Or

(b) If G is a graph in which a degree of every vertex is atleast 2, then prove that G contains a cycle.

ஒரு வரைபு G -ல் ஒவ்வொரு முனையின் படியும் குறைந்தது 2 எனில் G ஒரு சுற்றைப் பெற்றிருக்கும் என நிரூபி.

13. (a) Find the number of perfect matching in the complete bipartite graph $K_{n,m}$.

முழு இரு பிரிவினை வரைபு $K_{n,m}$ ன் செவ்விய பொருத்தங்களின் எண்ணிக்கையைக் காண்க.

Or

- (b) If G is a k -regular bipartite graph, $k \geq 0$, then show that G has a perfect matching.

G என்பது $k \geq 0$ எனுமாறு உள்ள ஒரு k -ஒழுங்கு இருபிரிவினை வரைபு எனில் G ற்கு ஒரு செவ்விய பொருத்தம் இருக்கும் என நிறுவுக.

14. (a) State and prove Euler's theorem.

ஆய்லர் தேற்றத்தை கூறி நிறுவுக.

Or

- (b) If a (p_1, q_1) graph and a (p_2, q_2) graph are homeomorphic, then prove that $p_1 + q_2 = p_2 + q_1$.

ஒரு (p_1, q_1) வரைபும் ஒரு (p_2, q_2) வரைபும் வடிவொப்புமை எனில் $p_1 + q_2 = p_2 + q_1$ என நிறுவுக.

15. (a) If two digraphs are isomorphic show that the corresponding points have the same degree pair.

இரு திசைவரைபுகள் சம ஒப்புமை எனில் நிகரான புள்ளிகள் சமமான ஜோடிப் படிக்களைப் பெற்றிருக்கும் என நிறுவுக.

Or

- (b) Show that every tournament has a spanning path.

ஒவ்வொரு போட்டியும் ஒரு பரவல் பாதையைப் பெற்றிருக்கும் என நிறுவுக.

Part C

(3 × 10 = 30)

Answer any **three** questions.

16. Prove : $\alpha' + \beta' = p$.

நிறுவுக : $\alpha' + \beta' = p$

17. Show that the following are equivalent if G is a connected graph with atleast 3 points

- (a) G is a Block
- (b) Any two point of G lie on a common cycle.
- (c) Any point and any line of G lie on a common cycle.
- (d) Any two lines of G lie on a common cycle.

G என்பது குறைந்தது 3 புள்ளிகள் கொண்ட ஒரு இணைந்த வரைபு எனில் கீழ் வருபவை சமானமானவை நிறுவுக.

- (அ) G ஒரு கட்டம்
- (ஆ) G ன் எந்த இரு புள்ளிகளும் ஒரு பொதுவான சுற்றில் இருக்கும்.
- (இ) G ன் எந்த ஒரு புள்ளியும் எந்த ஒரு கோடும் ஒரு பொதுவான சுற்றில் அமைந்திருக்கும்.
- (ஈ) G ன் எந்த இரு கோடுகளும் ஒரு பொதுவான சுற்றில் இருக்கும்.

18. Prove that a matching M in a graph G is a maximum matching if and only if G contains no M -augmenting path.

ஒரு வரைபு G ன் ஒரு பொருத்தம் M - ஆனது ஒரு மீப்பெரு பொருத்தமாவதற்கு தேவையான மற்றும் போதுமான நிபந்தனை யாதெனில் G -ல் M -மிகுதிபடுத்திய பாதை இருக்காது என்பதாகும் என நிறுவுக.

19. Show that every planar graph is 5-colourable.

எந்த ஒரு சமதள வரைபும் 5 -வண்ணமிடத்தக்கது என நிறுவுக.

20. Show that a weak digraph D is Eulerian if every point of D has equal in degree and out degree.

D -ன் ஒவ்வொரு முனையும் சமமான உள்படி மற்றும் வெளிப்படி பெற்றிருப்பின் ஒரு நலிந்த திசை வரைபு D ஆனது ஆய்லர் வரைபாகும் என நிறுவுக.

F-8033

Sub. Code

7BMAE2A

B.Sc. DEGREE EXAMINATION, NOVEMBER 2022

Fifth Semester

Mathematics

***Elective* — NUMERICAL ANALYSIS**

(CBCS – 2017 onwards)

Time : 3 Hours

Maximum : 75 Marks

Part A

(10 × 2 = 20)

Answer **all** the questions.

1. Give two examples of algebraic equations.
இயற்கணித சமன்பாடுகளுக்கு இரு எடுத்துக்காட்டுகள் கொடு.
2. What is the demerits of the bisection method?
இரு சம கூறிடல் முறையின் குறைபாடு யாது?
3. Prove : $(1 + \Delta)(1 - \nabla) = 1$.
நிறுவுக : $(1 + \Delta)(1 - \nabla) = 1$.
4. Write the Lagranges formula in interpolation.
இடைச்செருகலில் லெக்ராஞ்சியின் சூத்திரத்தை எழுதுக.
5. State Newton's formula to find $f'(x)$ using forward difference.
முன்னோக்கு வேறுபாட்டைப் பயன்படுத்தி $f'(x)$ காண்பதற்கான நியூட்டனின் சூத்திரத்தை கூறுக.

6. Write simpson's 3/8 rule.
சிம்சனின் 3/8 விதியை எழுதுக.
7. Why Gauss-Seidal method is a better method?
ஏன் காஸ்-சீடல் முறை உயர்ந்தது?
8. Solve by Jordan method
 $x_1 - 4x_2 = -2$
 $3x_1 + x_2 = 7$
ஜோர்டன் முறையில் தீர்க்க :
 $x_1 - 4x_2 = -2$
 $3x_1 + x_2 = 7$
9. Write the fourth order R.K. method formula.
நான்காம் வரிசை R.K. முறை சூத்திரத்தை எழுதுக.
10. Write modified Euler formula.
ஆய்லரின் மாற்றியமைக்கப்பட்ட சூத்திரத்தை எழுதுக.

Part B

(5 × 5 = 25)

Answer **all** the questions.

11. (a) Find the positive root of $x^3 = 2x + 5$ by False position method.
 $x^3 = 2x + 5$ -ன் மீகை மூலத்தை பிழை இட முறையில் காண்க.

Or

- (b) Using Newton Raphson method find the root between 0 and 1 of the equation $x^3 = 6x - 4$ correct to 5 decimal places.

5 தசம இட திருத்தமாக சமன்பாடு $x^3 = 6x - 4$ ற்கு 0 மற்றும் 1ற்கு இடைப்பட்ட மூலத்தை நியூட்டன் ராப்சன் முறையைப் பயன்படுத்திக் காண்க.

12. (a) Prove : $\frac{\Delta}{\nabla} - \frac{\nabla}{\Delta} = E - E^{-1}$.

நிறுவக : $\frac{\Delta}{\nabla} - \frac{\nabla}{\Delta} = E - E^{-1}$

Or

(b) Find the value of y when $x = 5$ from the following data :

x	4	6	8	10
y	1	3	8	16

கீழ்காணும் விவரங்களிலிருந்து $x = 5$ எனும் போது y ன் மதிப்பு காண்க.

x	4	6	8	10
y	1	3	8	16

13. (a) Find the first derivative at $x = 1.5$.

x	1.5	2.0	2.5	3.0	3.5	4.0
y	3.375	7	13.625	24	38.875	59

$x = 1.5$ ல் முதல் வகையீட்டைக் காண்க.

x	1.5	2.0	2.5	3.0	3.5	4.0
y	3.375	7	13.625	24	38.875	59

Or

(b) Using Trapezoidal rule find $\int_0^6 f(x) dx$ from the following set of values of x and $f(x)$.

$x :$	0	1	2	3	4	5	6
$f(x) :$	1.56	3.64	4.62	5.12	7.08	9.22	10.44

x மற்றும் $f(x)$ -ன் மதிப்புகளிலிருந்து ட்ராபிசாய்டல்

விதியைப் பயன்படுத்தி $\int_0^6 f(x) dx$ -ஐக் காண்க.

$x :$	0	1	2	3	4	5	6
$f(x) :$	1.56	3.64	4.62	5.12	7.08	9.22	10.44

14. (a) Solve by Gauss elimination method

$$2x + y + 4z = 12$$

$$8x - 3y + 2z = 20$$

$$4x + 11y - z = 33$$

காலின் நீக்கல் முறையில் தீர்க்க.

$$2x + y + 4z = 12$$

$$8x - 3y + 2z = 20$$

$$4x + 11y - z = 33$$

Or

(b) Solve by Gauss Jordan method

$$2x + y + 4z = 12$$

$$8x - 3y + 2z = 20$$

$$4x + 11y - z = 33$$

கால் ஜோர்டன் முறையில் தீர்க்க

$$2x + y + 4z = 12$$

$$8x - 3y + 2z = 20$$

$$4x + 11y - z = 33$$

15. (a) Solve by Picard's method upto 3rd approximation. Also find the value of $y(0.1)$, $y(0.2)$. Given $y' = y - x^2$, $y(0) = 1$.

3 ஆம் தோராயம் வரை பிகார்டின் முறையில் தீர்க்க. மேலும் $y(0.1)$, $y(0.2)$ ன் மதிப்புகளைக் காண்க. $y' = y - x^2$, $y(0) = 1$ என கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.

Or

- (b) Given $y' = -y$ and $y(0) = 1$. Find the values of y when $x = 0.01$, 0.02 by Euler method.

$y' = -y$ மற்றும் $y(0) = 1$ எனக் கொடுக்கப்பட்டுள்ளன. $x = 0.01$, 0.02 எனும் போது y ன் மதிப்புகளை ஆய்லர் முறையில் காண்க.

Part C

(3 × 10 = 30)

Answer any **three** questions.

16. Find the positive root of $x = \cos x = 0$ using bisection method.

$x = \cos x = 0$ ன் மிகை மூலத்தை இரு சம கூறிடல் முறையில் காண்க.

17. Given the values

x :	14	17	31	35
$f(x)$:	68.7	64	44	39.1

Find the value of $f(x)$ corresponding to $x = 27$.

x :	14	17	31	35
$f(x)$:	68.7	64	44	39.1

என்ற மதிப்புகள் கொடுக்கப்பட்டுள்ளன. $x = 27$ க்கு இணையான $f(x)$ -ன் மதிப்பு காண்க.

18. Evaluate by Trapezoidal and Simpson's rule : $\int_0^6 \frac{dx}{1+x^2}$.

$\int_0^6 \frac{dx}{1+x^2}$ ஐ டிராப்பிசாய்டல் மற்றும் சிம்சன் முறையில் மதிப்பிடுக.

19. Solve by Gauss Seidal method

$$27x + 6y - z = 85$$

$$6x + 15y + 2z = 72$$

$$x + y + 54z = 110$$

காஸ்-சீடல் முறையில் தீர்க்க.

$$27x + 6y - z = 85$$

$$6x + 15y + 2z = 72$$

$$x + y + 54z = 110$$

20. Given $y' = x + y$ and $y(0) = 1$. Find $y(0.2)$ using 4th order R.K. method.

$y' = x + y$ மற்றும் $y(0) = 1$ கொடுக்கப்பட்டுள்ளன. 4 ஆம் வரிசை R.K. முறையில் $y(0.2)$ ஐ காண்க.

F-8035

Sub. Code

7BMAE3A

B.Sc. DEGREE EXAMINATION, NOVEMBER 2022

Sixth Semester

Mathematics

Elective : DISCRETE MATHEMATICS

(CBCS – 2017 onwards)

Time : 3 Hours

Maximum : 75 Marks

Part A

(10 × 2 = 20)

Answer **all** questions.

1. Define Tautology.
வரையறு : சர்வ உண்மை.
2. Draw truth table for $p \leftrightarrow q$.
 $p \leftrightarrow q$ க்கு உண்மை அட்டவணை வரைக.
3. Define a modular lattice.
விகற்ப பின்னலை வரையறு.
4. Define a Boolean algebra.
பூலியன் இயற்கணிதத்தை வரையறு.
5. Define Hamming distance.
ஹாமிங் தூரம் வரையறு.
6. Define a group code.
குலக்குறியீட்டை வரையறு.

7. Define a finite automata
முடிவுள்ள தானி-வரையறு.
8. Write usual notations, define δ^* .
வழக்கமான குறியீடுகளின்படி δ^* -ஐ வரையறு.
9. Define Type I grammar.
வகை I இலக்கணம் - வரையறு.
10. Define regular grammar.
ஒழுங்கு இலக்கணத்தை வரையறு.

Part B

(5 × 5 = 25)

Answer **all** questions, choosing either (a) or (b).

11. (a) Is $(p \rightarrow q) \leftrightarrow (\neg p \vee q)$ a tautology.
 $(p \rightarrow q) \leftrightarrow (\neg p \vee q)$ ஒரு மெய்மையா?

Or

- (b) Find DNF.

$$\neg(p \vee q) \leftrightarrow (p \wedge q)$$

DNF காண்க.

$$\neg(p \vee q) \leftrightarrow (p \wedge q)$$

12. (a) If L and M are lattices ; prove that $L \times M$ is also a lattice.
 L மற்றும் M பின்னல்கள் எனில் $L \times M$ -ம் பின்னல் என நிறுவுக.

Or

- (b) Prove that every distributive lattice is modular.

எந்த ஒரு பங்கீட்டு பின்னலும் விகற்ப பின்னலாகும் என நிறுவுக.

13. (a) Prove that (e, d) can correct K or fewer errors \Leftrightarrow minimum distance of e is atleast $(2k + 1)$.

(e, d) ஆனது K அல்லது அதற்கு குறைந்த தவறுகளை சரிசெய்யும் $\Leftrightarrow e$ -ன் குறைந்தபட்ச தூரம் குறைந்து $(2k + 1)$ - என நிறுவுக.

Or

- (b) Prove that $(m, m + 1)$ parity check code can detect one error.

$(m, m + 1)$ பாரிட்டி சோதனை குறிக்கும் ஒரு தவறை கண்டுபிடிக்கும் என நிறுவுக.

14. (a) Construct finite automation M accepting $\{ab, ba\}$.

$\{ab, ba\}$ -வை அனுமதிக்கும் முடிவுள்ள தானி M ஐ அமைக்கவும்.

Or

- (b) Explain Nondeterministic Finite Automata (NFA).

NFA - நிர்ணயிக்கவியலாத முடிவுள்ள தானியை விளக்குக.

15. (a) If $L(G) = \{a^n b a^m / n, m \geq 1\}$, find G .

$L(G) = \{a^n b a^m / n, m \geq 1\}$ எனில் G -ஐ காண்க.

Or

- (b) Construct a regular grammar to generate

$$\left\{ a^l b^m c^n / l, m, n \geq 1 \right\}.$$

$\left\{ a^l b^m c^n / l, m, n \geq 1 \right\}$ உருவாக்கும் ஒழுங்கு இலக்கணத்தை

அமைக்கவும்.

Part C

(3 × 10 = 30)

Answer any **three** questions.

16. Find PNDF :

$$(P \wedge Q) \vee (\neg P \wedge R) \vee (Q \wedge R).$$

PNDFஐ காண்க.

$$(P \wedge Q) \vee (\neg P \wedge R) \vee (Q \wedge R)$$

17. Show that the Boolean algebra B is isomorphic to $P(A)$,
 A is the set of all atoms of B .

A என்பது B -ன் அணிகளின் கணம், எனில் பூலியன் இயற்கணிதம் B ஆனது $P(A)$ க்கு இயலொப்புமை உடையது என நிறுவுக.

18. Write the procedure for constructing a group code.

குலக்குறியீடு அமைக்கும் வழிமுறையை எழுதுக.

19. Construct NFA which accepts

$$L = \{x \in \{a, b\}^* \mid |x| \geq 3, \text{ third symbol of } x \text{ from right is } a\}$$

$L = \{x \in \{a, b\}^* \mid |x| \geq 3, \text{ வலதிலிருந்து } x\text{-ன் மூன்றாவது குறியீடு } a\}$ -வை அனுமதிக்கும் NFA - வை அமைக்கவும்.

20. Construct a regular grammar which generate strings of 0's and 1's having n odd number of 0's and odd number of 1's.

n ஒற்றை 0க்களையும் மற்றும் ஒற்றை 1 களையும் கொண்ட 0-கள், 1-கள் சரங்களை உருவாக்கும் ஒழுங்கு இலக்கணம் அமைக்கவும்.